

Spécialité NSI Terminale

Contrôle n° 6

Mardi 24 janvier 2023

Le barème est indicatif. Rendre le sujet avec la copie.

Exercice 1 (12 points)

Cet exercice porte sur les arbres binaires, la programmation orienté objet et la récursivité.

Dans un arbre binaire, chaque nœud admet au plus deux enfants, appelés sous-arbre gauche et sous-arbre droit. On considère dans cet exercice des arbres binaires étiquetés avec des nombres entiers.

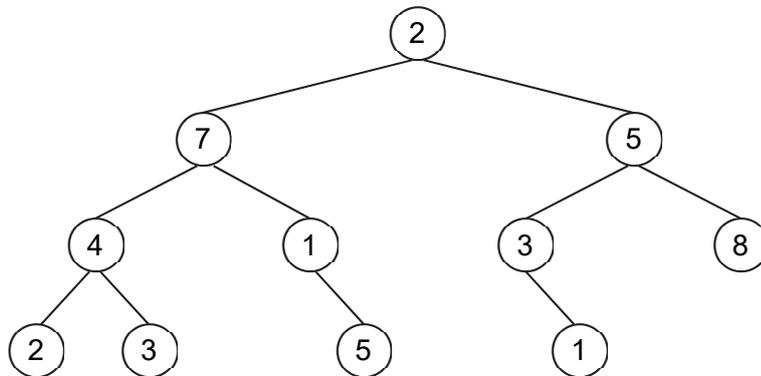
On définit un chemin racine-feuille dans un tel arbre comme une liste ordonnée de nœuds telle que

- le premier nœud est la racine ;
- chaque nœud suivant est enfant du précédent ;
- le dernier nœud est une feuille.

On appellera somme d'un chemin racine-feuille la somme des étiquettes des nœuds du chemin.

Enfin, la plus grande somme racine-feuille d'un arbre est la plus grande somme qu'il est possible d'obtenir en considérant tous les chemins racine-feuille de l'arbre.

1. Déterminer la plus grande somme racine-feuille de l'arbre représenté ci-dessous.



2. La classe Noeud ci-dessous implémente le type abstrait d'arbre binaire.

```
class Noeud:
    def __init__(self, v):
        self.etiquette = v
        self.sag = None
        self.sad = None

    def niveau(self):
        if self.sag!=None and self.sad!=None:
            hg = self.sag.niveau()
            hd = self.sad.niveau()
            return 1+max(hg, hd)
        if self.sag!=None:
            return self.sag.niveau()+1
```

```

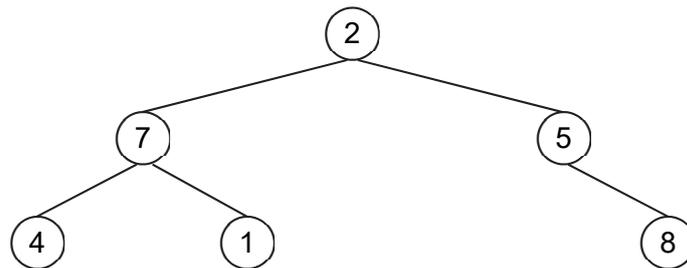
if self.sad!=None:
    return self.sad.niveau()+1
return 1

def modifier_sag(self, nsag) :
    self.sag = nsag

def modifier_sad(self, nsad) :
    self.sad = nsad

```

a. Écrire une suite d'instructions utilisant la classe `Noeud` permettant de représenter l'arbre ci-dessous.

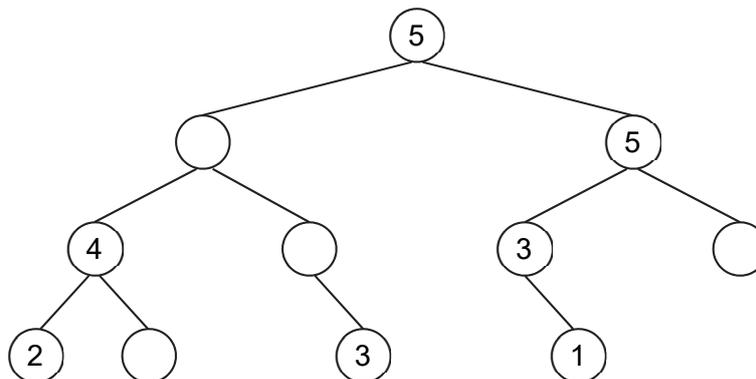


b. Que renvoie l'appel de la méthode `niveau` sur l'arbre ci-dessus?

3. S'inspirer du code de la méthode `niveau` pour écrire une méthode récursive `pgde_somme` qui renvoie la plus grande somme racine-feuille d'un arbre.

4. On appelle arbre magique un arbre binaire dont toutes les sommes des chemins racine-feuille sont égales.

a. Recopier et compléter l'arbre ci-dessous pour qu'il soit magique.



b. Un arbre est magique si ses sous-arbres sont magiques et qu'ils ont de plus la même plus grande somme racine-feuille. Écrire une méthode récursive `est_magique` qui renvoie `True` si l'arbre est magique et `False` sinon.

Exercice 2 (8 points)

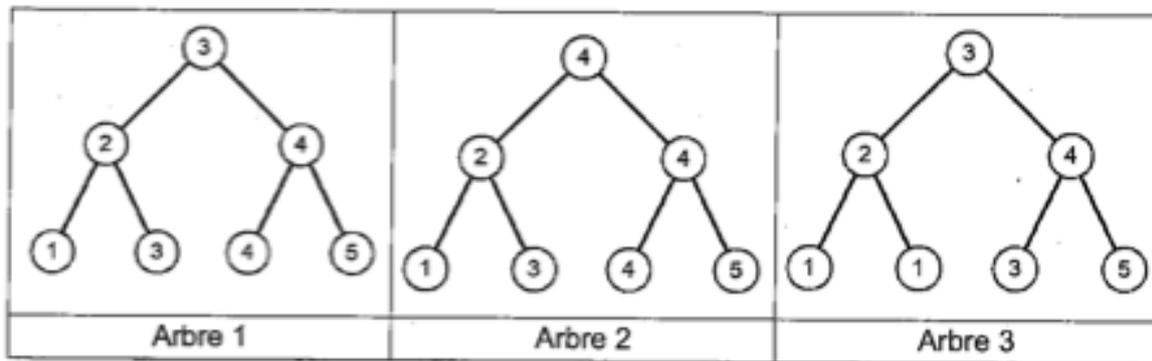
Cet exercice porte sur le thème "Algorithme", les arbres binaires de recherche et leurs parcours.

Dans cet exercice un arbre binaire de recherche (ABR) est un arbre binaire étiqueté avec des clés tel que :

- * Les clés du sous arbre gauche sont inférieures *ou égales* à celle de la racine ;
- * Les clés du sous arbre droit sont *strictement* supérieures à celle de la racine ;
- * Les deux sous arbres sont eux-mêmes des arbres binaires de recherche.

Partie A : Préambule

1. Recopier sur votre copie le ou les numéro(s) correspondant aux arbres binaires de recherche parmi les arbres suivants :



Partie B : Analyse

On considère la structure de données abstraites ABR (Arbre Binaire de Recherche) que l'on munit des opérations suivantes :

Structure de données : ABR

Opérations :

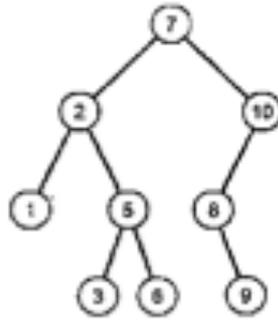
- `creer_arbre()` : renvoie un arbre vide.
- `est_vide(a)` : renvoie `True` si l'arbre `a` est vide, `False` sinon.
- `racine(a)` : renvoie la clé de la racine de l'arbre non vide `a`.
- `sous_arbre_gauche(a)` : renvoie le sous-arbre gauche de l'arbre non vide `a`.
- `sous_arbre_droit(a)` : renvoie le sous-arbre droit de l'arbre non vide `a`.
- `insérer(a, e)` : insère la clé `e` dans l'arbre `a`.

2. a. Dans un ABR, où se trouve le plus petit élément ? Justifier.

Pour rechercher une clé, il faut comparer la clé donnée avec la clé située à la racine. Si cette clé est à la racine, la fonction renvoie vrai sinon il faut procéder récursivement sur les sous arbres à gauche ou à droite.

b. En utilisant les fonctions ci-dessus, écrire une fonction récursive `RechercheValeur` prenant en arguments la clé recherchée et l'arbre ABR considéré. Cette fonction renvoie un booléen (vrai ou faux) indiquant si la clé est présente dans l'arbre ou non.

3. On considère l'ABR ci-dessous :



- a. Dire à quel type de parcours correspond le résultat suivant où les clés sont triées dans l'ordre croissant : 1 - 2 - 3 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10.
- b. Donner le parcours préfixe de l'arbre.
- c. Donner le parcours suffixe de l'arbre.
- d. Donner le parcours en largeur de cet arbre.