

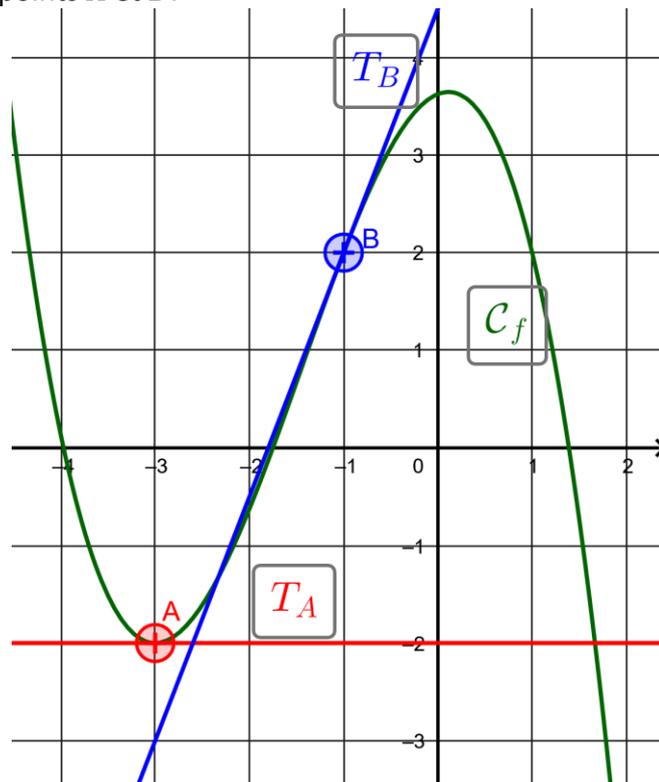
Spécialité mathématiques
Classe de première
Interrogation de mathématiques n° 4
 Sujet B
 Mardi 24 janvier 2023

La calculatrice est autorisée. Le barème est indicatif.

Le sujet à rendre avec la copie.

Exercice 1 (3,5 points)

On a tracé ci-dessous la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur \mathbb{R} . On admet que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} . Les droites T_A et T_B sont les tangentes à la courbe C_f respectivement aux points A et B .



1. Déterminer par lecture graphique :
 - a. les images $f(-3)$ et $f(-1)$.
 - b. les nombres dérivés $f'(-3)$ et $f'(-1)$.
2. En déduire les équations réduites des droites T_A et T_B .

Exercice 2 (3,5 points)

Donner l'expression de la fonction dérivée des fonctions suivantes.

a) La fonction r est définie sur \mathbb{R} par :

$$r(x) = -\frac{7}{3}x^3 + 5x^2 - 3$$

b) La fonction s est définie sur \mathbb{R}^* par

$$s(x) = \frac{9}{x}$$

c) La fonction t est définie sur \mathbb{R}_+ par

$$t(x) = -3\sqrt{x}$$

Précisez en quelle valeur cette fonction t n'est pas dérivable.

Exercice 3 (3 points)

On considère une suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$u_n = \frac{-2n + 7}{n^2 + 1}$$

1. Calculer les termes suivants de la suite (u_n) :

a) u_0

b) u_3

c) u_8

2. Exprimer en fonction de n les termes suivants :

a) u_{n+1}

b) u_{2n}

Exercice 4 (2 points)

On considère une suite (v_n) définie par $v_0 = 8$

$$\text{pour tout } n \in \mathbb{N} \quad v_{n+1} = 3 - \frac{5}{2}v_n$$

1. Calculer les termes v_1 , v_2 et v_3 de cette suite.

2. Démontrer que cette suite n'est pas arithmétique.

Exercice 5 (1,5 points)

On considère une suite (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$w_n = -\frac{2}{7}n + 6$$

Démontrer que cette suite est arithmétique et déterminer sa raison.

Exercice 6 (6,5 points)

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On considère une suite arithmétique (a_n) de raison $\frac{3}{4}$ telle que $a_0 = 5$.

a. Calculer a_{17} .

b. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer a_n en fonction de n

c. Calculer la somme

$$S = a_0 + a_1 + \dots + a_{17}$$

2. On considère une suite arithmétique (b_n) telle que $b_5 = 10$ et $b_8 = -2$.

a. Déterminer la raison r de cette suite.

b. En déduire la valeur de b_0 .

c. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer b_n en fonction de n

3. Calculer les deux nombres suivants :

a) $N_1 = 1 + 2 + \dots + 61$

b) $N_2 = 28 + 29 + \dots + 107$

Question bonus : Déterminer à partir de quel rang la suite (b_n) de la question 2 est inférieure à -100 .