Spécialité mathématiques
Classe de première
Contrôle n° 4
Sujet A
Lundi 13 mars 2023

La calculatrice est autorisée. Le barème est indicatif.

Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (2 points)

Etudier le sens de variation de chacune des suites définies ci-dessous.

1. La suite (a_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$a_n = 6 - 5n^2$$

2. La suite (b_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$b_n = \frac{-3}{4n+1}$$

Exercice 2 (6 points)

Pour chacune des trois suites définies ci-dessous, déterminer, en justifiant les réponses :

- **a)** La valeur des 3 premiers termes (en incluant le terme de rang 0) ;
- **b)** si elle est arithmétique et, dans ce cas, préciser la raison ;
- **c)** son sens de variation.

1. La suite (d_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$d_n = 4n - 7$$

2. La suite (e_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$e_n = -3n^2 + 2n$$

3. La suite (f_n) est définie par $f_0 = -2$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$f_{n+1} = -6 + f_n$$

Exercice 3 (4 points)

Pour chacune des deux suites définies ci-dessous, déterminer, en justifiant les réponses :

- **a)** La valeur des 3 premiers termes (en incluant le terme de rang 0) ;
- **b)** si elle est géométrique et, dans ce cas, préciser la raison ;
- **c)** son sens de variation.

1. La suite (h_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$h_n = -\frac{5^{n+1}}{2^n}$$

2. La suite (g_n) est définie par $g_0 = -36$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$g_{n+1} = \frac{2g_n}{3}$$

Tournez svp

Exercice 4 (10 points)

Partie I

La population de la commune de Mathville était de 4300 habitants au 1er janvier 2020.
On fait l'hypothèse que cette population augmente de 3,2 % tous les ans.

On note u_n la population de cette commune au 1er janvier de l'année $2020 + n$. Ainsi on a

$$u_0 = 4300$$

Dans les calculs numériques, les valeurs de cette suite seront toujours arrondies à l'unité la plus proche.

1. Justifier que la population de Mathville au 1er janvier 2021 était 4438 de habitants.
2. Montrer que la suite (u_n) est géométrique et déterminer sa raison.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n.
4. Quelle sera la population de Mathville au 1er janvier 2027 ?

Partie II

Une étude scientifique étudie l'évolution d'une population d'une certaine espèce de canards dans un étang. Au 2 mars 2018, cette population était de 352 individus.
On fait l'hypothèse que cette population diminue de 12 % par an. De plus, l'équipe scientifique décide d'introduire chaque année au 1er mars 15 nouveaux individus de cette espèce.

On note v_n la population en canards de cet étang au 2 mars de l'année $2018 + n$. Ainsi on a $v_0 = 352$.

Dans les calculs numériques, les valeurs de cette suite seront toujours arrondies à l'unité la plus proche.

5. Démontrer que le nombre de canards dans l'étang au 2 mars 2019 était de 325 individus.

6. Montrer que, pour tout entier n, on a :

$$v_{n+1} = 0{,}88v_n + 15$$

7. On considère la suite (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$w_n = v_n - 125$$

- **a.** Démontrer que la suite (w_n) est géométrique de raison 0,88.
- **b.** Calculer w_0 puis exprimer w_n en fonction de n.

8. **a.** En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
- **b.** Combien il y avait-il de canards dans l'étang au 2 mars 2023 ?