

Spécialité mathématiques, classe de 1ère

Contrôle n° 1

Sujet A

Lundi 10 octobre 2022

La calculatrice est autorisée. Le barème est indicatif.

Exercice 1 (10 points)

Les six questions sont indépendantes entre elles.

1. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = -3(x + 5)^2 - \frac{2}{7}$$

- a. Tracer le tableau de variation de f .
- b. Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$ sans calculer le discriminant.

2. Soit g la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = -x^2 + 3x - 10$$

- a. Déterminer la forme canonique de g .
- b. Déterminer la valeur maximum atteinte par la fonction g et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte.

3. Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par

$$h(x) = 5(x + 2)(x - 8)$$

- a. Déterminer les racines de h .
- b. Dresser le tableau de signes de h .

4. Soit la fonction k définie sur \mathbb{R} par

$$k(x) = 2x^2 - 9x - 1$$

- a. Déterminer les racines de k .
- b. Résoudre l'inéquation $k(x) \leq 0$.

5. Soit la fonction t définie sur \mathbb{R} par

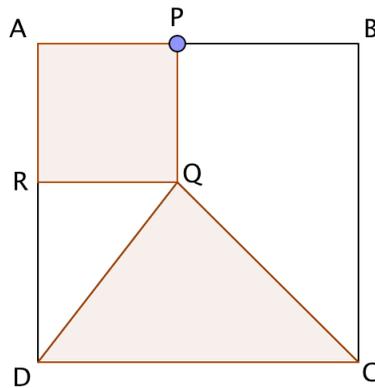
$$t(x) = -3x^2 + 15x + 42$$

- a. Démontrer que 2 est une racine de la fonction t .
- b. Déterminer la deuxième racine de la fonction t sans calculer le discriminant.

6. On considère la fonction polynôme du second degré r dont les racines sont 4 et -1 et telle que $r(2) = 5$.

- a. Déterminer la forme factorisée de la fonction r .
- b. En déduire sa forme développée.

Exercice 2 (points)



On considère le carré $ABCD$ de côté 8 m et le point P appartenant au côté $[AB]$.

On note

* x la distance AP ;

* $A(x)$ l'aire de la surface délimitée par le carré $APQR$ et par le triangle DQC , exprimée en m^2 .

1. a. A quel intervalle appartient le réel x ?

b. Montrer que, pour tout x dans cet intervalle :

$$A(x) = x^2 - 4x + 32$$

2. Démontrer que l'équation $A(x) = 0$ n'a pas de solution.

3. Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire $A(x)$ soit égale à $48 m^2$?

4. Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire $A(x)$ soit minimale ? Quelle est alors sa valeur ?

Rappel : L'aire d'un triangle peut être calculée avec la formule suivante :

$$\text{aire} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{hauteur}$$