

Spécialité mathématiques
Classe de première
Correction de
l'interrogation de mathématiques n° 2
Sujet B
Mardi 25 janvier 2022

Exercice 1

1.

$$* u_{34} = \frac{-2}{5+3 \times 34} = \frac{-2}{107}$$

2.

$$* u_{n+1} = \frac{-2}{5+3(n+1)} = \frac{-2}{3n+8}$$

$$* u_{4n-1} = \frac{-2}{5+3(4n-1)} = \frac{-2}{12n+2} = -\frac{1}{6n+1}$$

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-2}{3n+8} - \frac{-2}{3n+5} = \frac{-2(3n+5) + 2(3n+8)}{(3n+8)(3n+5)} = \frac{-6n-10+6n+16}{(3n+8)(3n+5)}$$

Donc, finalement :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{6}{(3n+8)(3n+5)}$$

4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a :

$$6 > 0 \text{ et } (3n+8)(3n+5) > 0 \text{ donc } u_{n+1} - u_n > 0$$

La suite (u_n) est donc strictement croissante.

5. On a, d'après le 3 :

$$u_1 - u_0 = \frac{6}{8 \times 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

$$u_2 - u_1 = \frac{6}{11 \times 8} = \frac{6}{88} = \frac{3}{44}$$

$u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$ donc **la suite (u_n) n'est pas arithmétique.**

Exercice 2

1. On a :

$$v_1 = 2 \times 0 - 5v_0 = -5 \times (-2) = 10$$

$$v_2 = 2 \times 1 - 5v_1 = 2 - 5 \times 10 = -48$$

$$v_3 = 2 \times 2 - 5v_2 = 4 - 5 \times (-48) = 4 + 240 = 244$$

2. On a $v_2 < v_1$ et $v_3 > v_2$ donc la suite (v_n) n'est pas monotone.

3. a. D'après la formule de récurrence, on a, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$v_{n+2} = 2(n+1) - 5v_{n+1} = 2n+2 - 5v_{n+1}$$

b. On en déduit :

$$v_{n+2} = 2n+2 - 5(2n-5v_n)$$

$$= 2n+2 - 10n + 25v_n$$

D'où

$$v_{n+2} = 25v_n - 8n + 2$$

Exercice 3

1. a. On a pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$a_{n+1} - a_n = \frac{-2 + 6(n+1)}{5} - \frac{-2 + 6n}{5} = \frac{-2 + 6n + 6 + 2 - 6n}{5} = \frac{6}{5}$$

D'où $a_{n+1} - a_n > 0$. La suite (a_n) est donc strictement croissante.

b. Puisque pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} - a_n$ est constant et égal à $\frac{6}{5}$, la suite (a_n) est arithmétique de raison $\frac{6}{5}$.

2. a. On a pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} b_{n+1} - b_n &= 4(n+1)^2 - 3 - (4n^2 - 3) \\ &= 4(n^2 + 2n + 1) - 3 - 4n^2 + 3 \\ &= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 \end{aligned}$$

D'où, finalement

$$b_{n+1} - b_n = 8n + 4$$

Or $n \geq 0$ donc $b_{n+1} - b_n > 0$.

On en déduit que la suite (b_n) est strictement croissante.

b. On a d'après le a :

$$\begin{aligned} b_1 - b_0 &= 8 \times 0 + 4 = 4 \\ b_2 - b_1 &= 8 \times 1 + 4 = 12 \end{aligned}$$

Donc $b_2 - b_1 \neq b_1 - b_0$. La suite (b_n) n'est donc pas arithmétique.

Exercice 4

1. a. Si r est la raison de la suite arithmétique (c_n) , on a, pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$c_n = c_0 + r \times n = 7 + \left(-\frac{3}{5}\right) \times n$$

D'où

$$c_n = 7 - \frac{3}{5}n$$

b. On en déduit

$$c_{12} = 7 - \frac{3}{5} \times 12 = 7 - \frac{36}{5} = -\frac{1}{5}$$

2. a. Si r est la raison de la suite arithmétique (d_n) , on a, pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$d_n = c_2 + r \times (n - 2) = -5 + \sqrt{2} \times (n - 2)$$

D'où

$$d_n = n\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 5$$

b. On en déduit :

$$d_{12} = 12 \times \sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 5 = 10\sqrt{2} - 5$$

Exercice 5

1. D'après la formule du cours :

$$1 + 2 + \dots + 77 = \frac{77 \times 78}{2} = 77 \times 39 = 3003$$

2. $35 + 36 + \dots + 108 = 1 + 2 + \dots + 108 - (1 + 2 + \dots + 34)$

$$* 1 + 2 + \dots + 108 = \frac{108 \times 109}{2} = 5886$$

$$* 1 + 2 + \dots + 34 = \frac{34 \times 35}{2} = 595$$

$$\text{Donc } 35 + 36 + \dots + 108 = 5886 - 595 = 5291$$