

**Spécialité mathématiques**

**Classe de première**

**Contrôle n° 4**

Sujet A

Lundi 7 mars 2022

La calculatrice est autorisée. Le barème est indicatif.

Le sujet à rendre avec la copie.

**Exercice 1** (7 points)

Les questions 1 à 4 sont indépendantes entre elles.

1. On considère la suite  $(s_n)$  définie par

$$s_n = -2n^2 - 5n + 3$$

Etudier le sens de variation de  $(s_n)$ .

2. On considère la suite  $(r_n)$  définie par

$$r_n = \frac{-3}{n+5}$$

Etudier le sens de variation de  $(r_n)$ .

3. On considère la suite  $(t_n)$  définie par

$$t_n = \frac{3^{n+2}}{4^n}$$

a. Calculer  $t_0$  et  $t_1$ .

b. Montrer que la suite  $(t_n)$  est géométrique et préciser sa raison.

c. On considère la somme  $T = t_0 + t_1 + \dots + t_{30}$ . Donner une expression exacte de la somme  $T$  puis en donner une valeur approchée au centième.

4. On considère la suite  $(g_n)$  telle que  $g_1 = 7$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$

$$g_{n+1} = g_n - 3n$$

a. Calculer  $g_2$  et  $g_3$ .

b. Exprimer  $g_{n+2}$  en fonction de  $g_n$ .

c. Indiquer sans justification si la suite  $(g_n)$  est arithmétique et, si oui, préciser sa raison.

**Exercice 2** (7 points)

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 2$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 2$$

1. a. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .

b. Démontrer que la suite  $(u_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.

2. On considère la suite  $(w_n)$  telle que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$w_n = u_n - 10$$

a. Démontrer que la suite  $(w_n)$  est géométrique et de raison  $\frac{4}{5}$ .

b. Calculer  $w_0$  puis, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , donner l'expression de  $w_n$  en fonction de  $n$ .

c. En déduire, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

3. Déterminer le sens de variation de la suite  $(w_n)$  et en déduire le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .

4. On admet que les termes de la suite  $(u_n)$  sont aussi proches que l'on veut de 10 dès que le rang  $n$  est suffisamment grand.

On considère le programme suivant :

```
U ← 2
N ← 0
Tant que |U - 10| > 0,01 faire :
    U ← U * 0,8 + 2
    N ← N + 1
Fin Tant que
Afficher N
```

On a écrit ce programme dans un langage de programmation quelconque puis on l'a exécuté. Le programme a affiché le nombre 30. Que signifie ce nombre pour la suite  $(u_n)$  ?

### Exercice 3 (6 points)

1. La population de la ville Alpha était de 5 400 habitants le 1<sup>er</sup> janvier 2015. On admet que cette ville augmente de 3 % tous les ans.

On représente l'évolution de la population de la ville par la suite  $(a_n)$  telle que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $a_n$  représente le nombre d'habitants au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2015 +  $n$ .

On a donc  $a_0 = 5 400$ .

a. Justifier que la suite  $(a_n)$  vérifie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  l'égalité

$$a_{n+1} = 1,03a_n$$

b. Préciser la nature de la suite  $(a_n)$  et déterminer l'expression de  $a_n$  en fonction de  $n$ .

c. Quelle sera la population de la ville au 1<sup>er</sup> janvier 2023 ? On arrondira le résultat à l'unité.

2. La population de la ville Betha était de 7 600 habitants le 1<sup>er</sup> janvier 2015. On admet que cette ville augmente de 17 habitants tous les ans.

On représente l'évolution de la population de la ville par la suite  $(b_n)$  telle que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $b_n$  représente le nombre d'habitants au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2015 +  $n$ . On a donc  $b_0 = 7600$ .

a. Démontrer que la suite  $(b_n)$  est arithmétique de raison 17.

b. Déterminer l'expression de  $b_n$  en fonction de  $n$ .

c. Quelle sera la population de la ville au 1<sup>er</sup> janvier 2023 ? On arrondira le résultat à l'unité.

d. A partir de quelle année la population sera-t-elle supérieure à 9 000 habitants ?

### Question bonus

a. Ecrire l'inéquation qui permettrait de déterminer à partir de quelle année la population de la ville Alpha sera supérieure à celle de la ville Betha. Attention, il ne s'agit pas de résoudre cette équation.

b. Ecrire en pseudo-code ou en Python un programme qui permette de répondre à la même question.