Spécialité mathématiques
Classe de première
Contrôle n° 3
Sujet B
Mardi 14 décembre 2021

La calculatrice est autorisée. Le barème est indicatif. Le sujet à rendre avec la copie.

Exercice 1 (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = 4x^2 - 3x + 6$$
On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
1. a. Déterminer en fonction de h une expression aussi simple que possible de la fonction τ_{-2} définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par :
$$\tau_{-2}(h) = \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$$
b. Montrer que la fonction f est dérivable en -2 et déterminer $f'(-2)$.
2. On admet maintenant que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.
a. En utilisant les formules de dérivation de fonctions usuelles déterminer l'expression de $f'(x)$.
b. A partir de cette expression, calculer $f'(-2)$ et vérifier que ce résultat est conforme à celui du 1.a.
3. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -2.
b. Déterminer les coordonnées du point L, intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses.
4. Existe-t-il une tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = -4x + 7$? Si oui en quel point est-elle tangente à $\mathcal{C}_f$ et quelle est son équation réduite ?

Exercice 2 (4 points)

A l'aide des formules de dérivations des fonctions usuelles, déterminer l'expression de la fonction dérivée des fonctions suivantes en indiquant (sans justification) le domaine de dérivation.
a. La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par
$$g(x) = 5x^3 - 3x^2 + 9x - 12$$
b. La fonction r définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par
$$r(x) = -4\sqrt{x}$$
c. La fonction s définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par
$$s(x) = \frac{8}{x} - 2x + 5$$
d. La fonction m définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par
$$m(x) = \sqrt{x} - 7x^3$$

Exercice 2 (3 points)

A l'aide de l'équation d'une tangente appropriée, dites comment on peut déterminer sans calculatrice une bonne valeur approchée de

a) $(3{,}01)^3$ b) $\frac{1}{0.201}$

On détaillera les calculs nécessaires.

Exercice 4 (5 points)

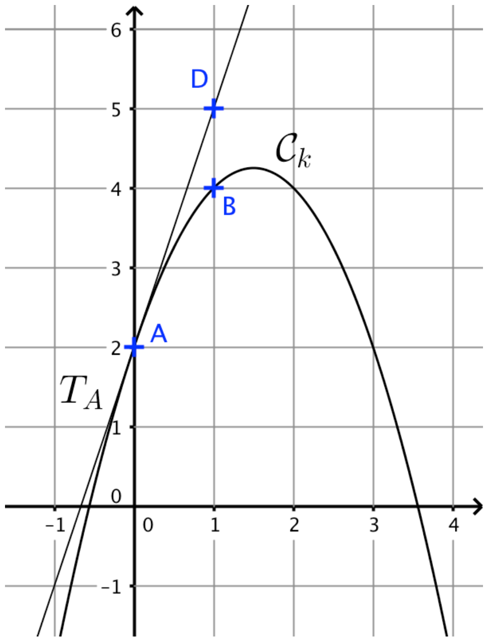
Soient trois réels a, b et c. On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ à partir des réels a, b et c par l'expression :

$$k(x) = ax^2 + bx + c$$

On admet que k est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note $\mathcal{C}_k$ sa courbe représentative.

1. Donner l'expression de la fonction dérivée k' en fonction de a et b.

Dans la figure ci-dessous on a représenté la courbe $\mathcal{C}_k$:



La courbe $\mathcal{C}_k$ passe par les points $A\ (0\ ;\ 2)$ et $B\ (1\ ;\ 4)$. La tangente T_A à la courbe $\mathcal{C}_k$ au point A passe par le point $D\ (1\ ;\ 5)$

2. a. Déterminer *par lecture graphique* les valeurs de $k(0)$, de $k(1)$ et de $k'(0)$.

b. En déduire trois égalités faisant intervenir les réels a, b et c puis les valeurs de a, b et c. Donner alors l'expression explicite de la fonction k.

3. Déterminer *par le calcul* $k'(1)$ puis l'équation réduite de la tangente T_B à la courbe $\mathcal{C}_k$au point d'abscisse B.

4. Déterminer *par le calcul* les coordonnées du point de la courbe $\mathcal{C}_k$ où la tangente est horizontale.