

Spécialité mathématiques

Classe de première

Contrôle n° 1

Sujet A

Mardi 12 octobre 2021

La calculatrice est autorisée. Le barème est indicatif.

Le sujet à rendre avec la copie.

Exercice 1 (4 points)

Soit f la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -3(x + 2)^2 - \frac{5}{9}$$

1. a. Tracer le tableau de variations de la fonction f .
- b. Indiquer le maximum de la fonction f et en quelle valeur il est atteint.
2. a. Déterminer la forme développée de la fonction f .
- b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Tracer le tableau de signes de la fonction f .

Exercice 2 (5 points)

1. On considère la fonction polynôme du second degré d définie sur \mathbb{R} par :

$$d(x) = x^2 + 2x - 15$$

- a. Résoudre l'équation $d(x) = 0$ puis donner la forme factorisée de la fonction d .
- b. Tracer le tableau de signe de la fonction d puis résoudre l'inéquation $d(x) < 0$.
2. Soit k un réel et g_k la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$g_k(x) = 2x^2 + (k - 3)x + 3 - k$$

- a. Comment faut-il choisir la valeur du réel k pour que g_k admette une unique racine et quel est alors cette racine ?

Indication : On pourra utiliser le résultat de la question 1.a.

- b. Quelle doit être la valeur du réel k pour que g_k n'admette aucune racine ?

Exercice 3 (7 points)

On considère la fonction polynôme du second degré h définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = 2x^2 + 8x + 6$$

On note \mathcal{P} sa parabole représentative. La parabole \mathcal{P} a donc pour équation

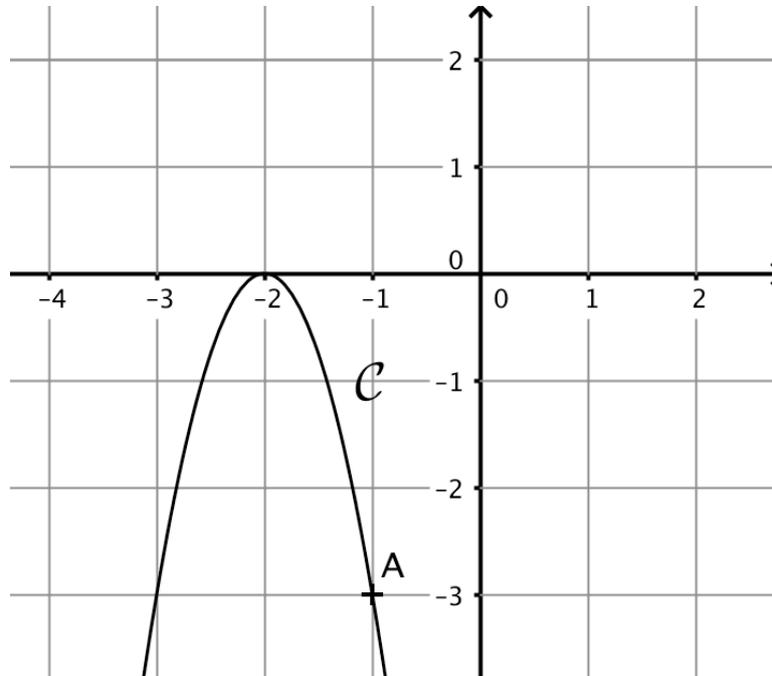
$$y = 2x^2 + 8x + 6$$

1. a. Déterminer la forme canonique de h .
- b. En déduire le tableau de variations de h .
2. a. Vérifier que -3 est une racine de la fonction h .
- b. On note x_2 la seconde racine de h . En utilisant une des relations entre racines et coefficient, déterminer x_2 .
- c. En déduire la forme factorisée de h .
- d. Tracer le tableau de signes de la fonction h .
- e. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction h est-elle *à la fois* croissante et négative ?
3. Soit \mathcal{D} la droite d'équation $y = -12x - 44$
- a. Combien il y a-t-il de points d'intersection de la droite \mathcal{D} et de la parabole \mathcal{P} ? Quelles sont leurs coordonnées ?

b. Etudier la position de la courbe \mathcal{P} par rapport à la droite \mathcal{D} .

Exercice 4 (4 points)

On considère la fonction polynôme du second degré g dont la courbe représentative \mathcal{C} est représentée ci-dessous :



1. Que peut-on dire, sans calcul, du coefficient dominant a de la fonction g ? Justifier la réponse.
2. Par lecture graphique, déterminer la valeur des coefficients α et β qui apparaissent dans la forme canonique de g . Justifier la réponse.
3. Indiquer, sans calcul mais en justifiant la réponse, la valeur du discriminant de g .
4. Sachant que le point $A(-1 ; -3)$ appartient à la courbe \mathcal{C} , déterminer la valeur du coefficient a .
5. En déduire la forme canonique puis la forme développée de la fonction g .